MANPULATIONS GRAPHIQUES

(1) EXPLICATIONS :

A partir du graphique d'une fonction usuelle, on peut facilement construire celui de nombreuses autres fonctions, en utilisant des opérations telles que l'addition, la soustraction et la multiplication par un réel.

(1) Translations verticales

Connaissant le graphique d'une fonction f , on peut construire le graphique de la fonction $f(x)+k$ où k est un réel non nul.

En effet, $P(a;f(a))$ étant un point du graphe de f , alors le point $P'(a;f(a)+k)$ appartient au graphique de $f(x)+k$. On **ajoute** donc la valeur k à **l'ordonnée** de tout point du graphe de f (sans changer les abscisses).

Ainsi,

- si $k>0$, le graphique de $f(x)+k$ s'obtient par une translation de *k* unités vers le haut ;
- si $k<0$, le graphique de $f(x)+k$ s'obtient par une translation de *k* unités vers le bas.

(2) Translations horizontales

Connaissant le graphique d'une fonction f , on peut construire le graphique de la fonction $f(x+k)$ où k est un réel non nul.

En effet, $P(a;f(a))$ étant un point du graphe de f , alors le point $P'(a-k;f(a))$ appartient au graphique de $f(x+k)$. On **soustrait** donc la valeur k à **l'abscisse** de tout point du graphe de f (sans changer les ordonnées).

Ainsi,

- si $k>0$, le graphique de $f(x+k)$ s'obtient par une translation de $|k|$ unités vers la gauche ;
- si $k<0$, le graphique de $f(x+k)$ s'obtient par une translation de $|k|$ unités vers la droite.

(3) Compressions ou étirements verticaux

Connaissant le graphique d'une fonction f, on peut construire le graphique de la fonction $k.f(x)$ où k est un réel non nul et différent de 1.

En effet, $P(a;f(a))$ étant un point du graphe de f, alors le point $P'(a;k.f(a))$ appartient au graphique de $k.f(x)$. On **multiplie** donc **l'ordonnée** de tout point du graphe de f par k (sans changer les abscisses).

Ainsi,

- si $k>1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par un étirement vertical ;
- si $0<k<1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par une compression verticale ;
- si $k=-1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par la **symétrie orthogonale d'axe *Ox*** ;
- si $-1<k<0$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par une compression verticale suivie de la symétrie orthogonale d'axe *Ox ;*
- si $k<-1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par un étirement vertical suivi de la symétrie orthogonale d'axe *Ox*.

(4) Compressions ou étirements horizontaux

Connaissant le graphique d'une fonction f, on peut construire le graphique de la fonction $f(k.x)$ où k est un réel non nul et différent de 1.

En effet, $P(a;f(a))$ étant un point du graphe de f, alors le point $P'\left(\frac{a}{k};f(a)\right)$ appartient au graphique de $k.f(x)$. On **divise** donc **l'abscisse** de tout point du graphe de f par k (sans changer les ordonnées).

Ainsi,

- si $k>1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par une compression horizontale ;
- si $0<k<1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par un étirement horizontal ;
- si $k=-1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par la **symétrie orthogonale d'axe *Oy*** ;
- si $-1<k<0$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par un étirement horizontal suivi de la symétrie orthogonale d'axe *Oy ;*
- si $k<-1$, le graphique de $k.f(x)$ s'obtient par une compression horizontale suivie de la symétrie orthogonale d'axe *Oy*.

(5) Fonctions avec valeur absolue

Connaissant le graphique d'une fonction f, on peut construire le graphique de la fonction $|f(x)|$.

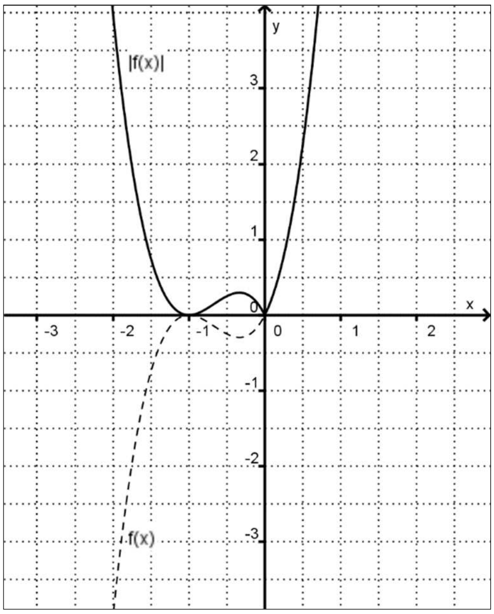
$P(a;f(a))$ étant un point du graphe de f d'ordonnée positive, il appartient aussi au graphe de $|f(x)|$.

Par contre, si $P(a;f(a))$ est un point du graphe de f d'ordonnée négative, alors le point $P'(a;-f(a))$ appartient au graphique de $|f(x)|$.

Le graphe de $|f(x)|$ est donc constitué de la réunion de

- la partie du graphe de f d'ordonnées positives,
- la partie du graphe de $-f$ d'ordonnées négatives.

Exemple :



(6) Fonctions du second degré

Toute fonction du second degré de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$ peut s'écrire sous forme canonique

$f(x)=a(x-m)^2+p$ où $m=-\dfrac{b}{2a}$ et $\Delta=-\dfrac{\Delta}{4a}$.

On peut dès lors tracer le graphe de f à partir de la fonction carrée en effectuant 3 manipulations :

1) On ajoute m à l'abscisse de tout point.
2) On multiplie l'ordonnée de tout point par a .
3) On ajoute p à l'ordonnée de tout point.

(2) Exercices

1. Associe chaque graphique à l'expression analytique correspondante. Justifie la réponse donnée en précisant les modifications successives du graphique d'une fonction usuelle.

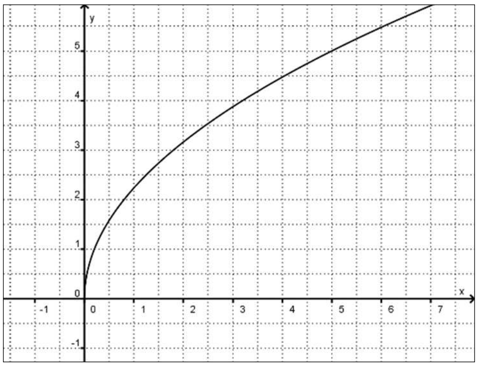
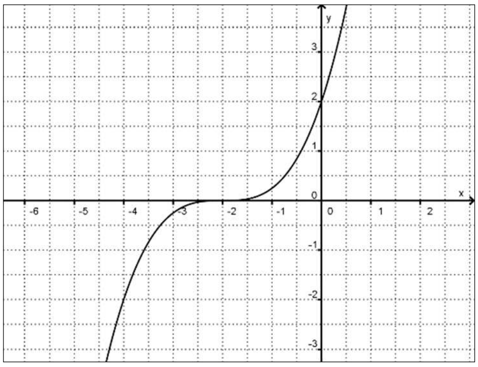
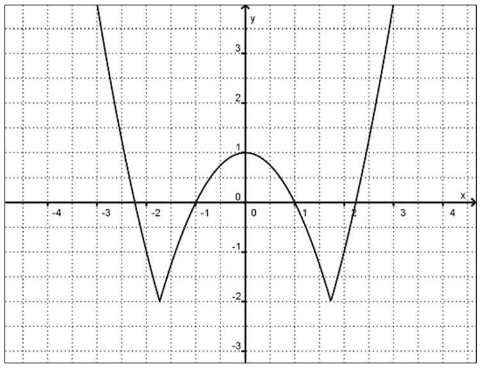
   (1) $f(x) = (x+1)^2 - 2$

   (2) $f(x) = \sqrt{5x}$

   (3) $f(x) = 2\sqrt{x}$

   (4) $f(x) = \left|x^2 - 3\right| - 2$

   (5) $f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^3$

2. A partir des graphiques des fonctions usuelles, trace les graphes des fonctions suivantes :

   (1) $f(x) = (x-1)^3 + 2$

   (2) $f(x) = 3 - \sqrt{2+x}$

   (3) $f(x) = |x-4| - 2$

   (4) $f(x) = 3 + \frac{2}{x-1}$

   (5) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

   (6) $f(x) = \left|x^3 - 2\right|$